1.1 Reálná funkce jedné reálné proměnné

1.1.21 Určete definiční obor funkce $y = \sqrt{5 + 9x - 2x^2}$.

Řešení:

$$-2x^2 + 9x + 5 \geq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm 11}{-4} \quad \Rightarrow x_1 = 5, \quad x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$D(f) = \left\langle -\frac{1}{2}, 5 \right\rangle$$

1.1.22 Určete definiční obor funkce $y = \frac{\sqrt{30 + 7x - 2x^2}}{\sqrt{2x^2 - x - 3}}$.

Řešení:

$$-2x^2 + 7x + 30 \geq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm 17}{-4} \quad \Rightarrow x_1 = 6, \quad x_2 = -\frac{5}{2}$$

$$x \in \left\langle -\frac{5}{2}, 6 \right\rangle$$

$$2x^2 - x - 3 \rangle 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{4} \quad \Rightarrow x_3 = -1, \quad x_2 = \frac{3}{2}$$

$$x \in (-\infty, -1) \cup \left(\frac{3}{2}, \infty\right)$$

$$D(f) = \left\langle -\frac{5}{2}; -1\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 6\right\rangle$$

1.1.23 Určete definiční obor funkce $y = \ln \sin x$.

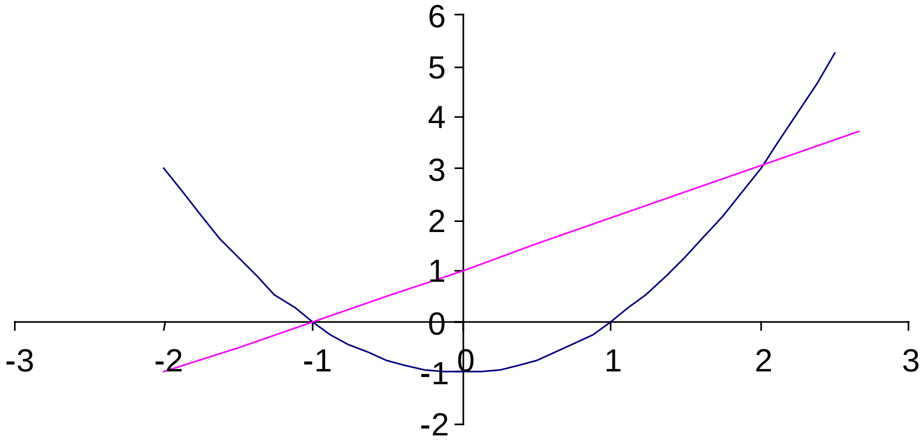
Řešení:

$$\sin x \rangle 0$$

$$D(f) = x \in \bigcup_{k \in Z} (2k\pi\,;\, \pi + 2k\pi)$$

1.1.24 Řešte graficky nerovnici $f_1(x) \le f_2(x)$, *kde* $f_1(x) = x^2 - 1$, $f_2(x) = x + 1$.

Řešení:



$x \in \langle -1, 2 \rangle$

1.1.25 Určete definiční obor funkce: $f_1 : y = \dfrac{1}{\sqrt{|x| - x}}$

Řešení:

$|x| - x > 0 \Rightarrow |x| > x \Rightarrow x \in (-\infty, 0)$

$D(f_1) = (-\infty, 0)$

1.1.26 Určete definiční obor funkce: $f_2 : y = \sqrt{x^3 - 4x^2} + \dfrac{3}{x - 6}$

Řešení:

$x^3 - 4x^2 \ge 0 \wedge x \ne 6$

$x^2(x - 4) \ge 0 \wedge x \ne 6$

$(x = 0 \vee x \ge 4) \wedge x \ne 6$

$D(f_2) = \{0\} \cup \langle 4, 6) \cup (6, +\infty)$

1.1.27 Určete definiční obor funkce: $f_3 : y = \sqrt{\cos 2x}$

Řešení:

$$\cos 2x \ge 0 \Rightarrow x \in \langle -\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi \rangle, k \in Z$$

$$D(f_3) = \bigcup_{k \in Z} \langle (4k - 1)\frac{\pi}{4}, (4k + 1)\frac{\pi}{4} \rangle$$

1.1.28 Určete definiční obor funkce: $f_4 : y = \ln(\ln(\ln x))$

Řešení:

$\ln(\ln x) \rangle 0 \Rightarrow \ln x \rangle 1 \Rightarrow x \rangle e$

$\underline{D(f_4) = (e, +\infty)}$

1.1.29 Využitím grafu funkce rozhodněte o monotonosti funkce a o existenci, resp. velikosti globálních extrémů funkce $y = 4 - x^2$ na intervalu

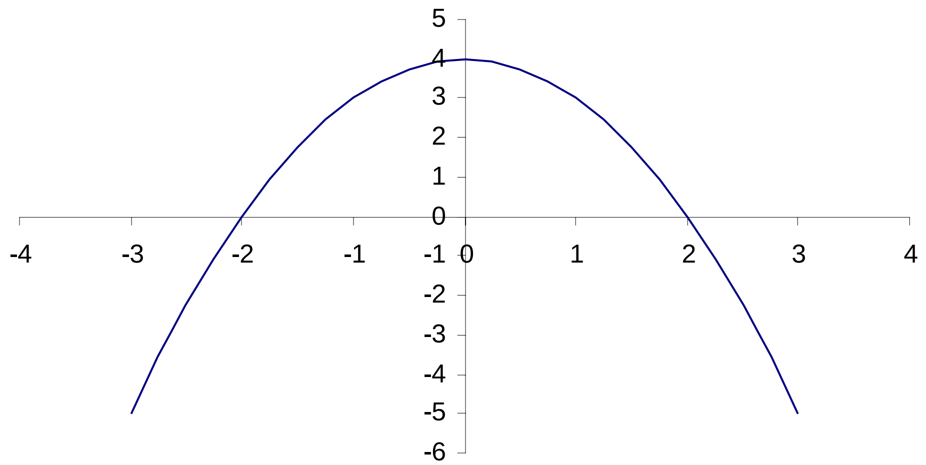
$a)\ \langle -3, 2)$

$b)\ (-3, 2\rangle$

$c)\ \langle 1, \infty)$

$d)\ (-\infty, -2)$

Řešení:



$a)\ \langle -3, 2)$

$\langle -3, 0\rangle \cdots rostoucí, \quad \langle 0, 2) \cdots klesající$

globální maximum pro x = 0

globální minimum pro x = - 3

$b)\ (-3, 2\rangle$

globální maximum pro x = 0

globální minimum nemá

$c)\ \langle 1, \infty)$

globální maximum pro x = 1

globální minimum nemá

$d)\ (-\infty, -2)$

globální maximum nemá

globální minimum nemá